



22137226



MATEMÁTICAS
NIVEL SUPERIOR
PRUEBA 2

Número de convocatoria del alumno

0	0								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

Viernes 10 de mayo de 2013 (mañana)

Código del examen

2 horas

2	2	1	3	-	7	2	2	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información de Matemáticas NS y de Ampliación de Matemáticas NM* para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es [120 puntos].



0116

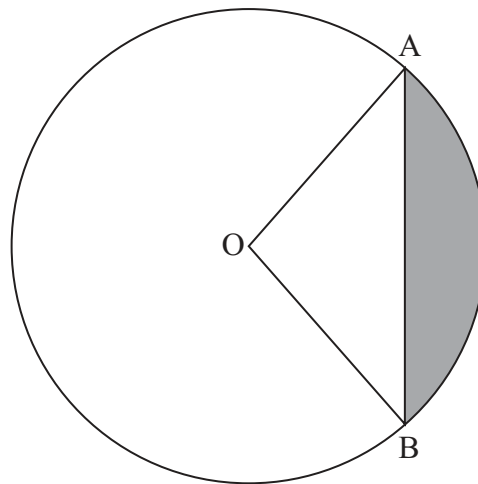
No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

Conteste **todas** las preguntas en las casillas provistas. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 5]

Un círculo de 4 cm, de radio y centro O se corta mediante una cuerda [AB], de 6 cm de longitud.



la figura no está dibujada a escala

- (a) Halle \widehat{AOB} , expresando la respuesta en radianes y con una aproximación de cuatro cifras significativas. [2 puntos]
- (b) Determine el área de la región sombreada. [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Puntuación máxima: 5]

Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 0,1x - 1,7y + 0,9z &= -4,4 \\ -2,4x + 0,3y + 3,2z &= 1,2 \\ 2,5x + 0,6y - 3,7z &= 0,8. \end{aligned}$$

(a) Exprese el sistema de ecuaciones en forma matricial. [2 puntos]

(b) Halle la solución del sistema de ecuaciones. [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 5]

Se cree que los tiempos de vida de los gatos de raza Manx siguen una distribución normal, de media 13,5 años y varianza 9,5 años².

(a) Para estos gatos Manx, calcule el rango de tiempos de vida situados a menos de una desviación típica de la media. [2 puntos]

(b) En una población de 10000 gatos Manx, estime cuántos tendrán un tiempo de vida inferior a 10 años. Dé la respuesta aproximada al número entero más cercano. [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



NO escriba soluciones en esta página.

SECCIÓN B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

11. [Puntuación máxima: 19]

- (a) (i) Exprese la suma de los n primeros números enteros impares positivos utilizando la notación de sumatoria.
- (ii) Compruebe que la suma del apartado anterior es igual a n^2 .
- (iii) Deduzca el valor de la diferencia entre la suma de los 47 primeros números impares positivos y la suma de los 14 primeros números impares positivos. [4 puntos]
- (b) Sobre la circunferencia de un círculo se marca una serie de puntos distintos, de manera que formen un polígono. Las diagonales se dibujan uniendo todos los pares de puntos no adyacentes.
- (i) Muestre en un diagrama todas las diagonales cuando hay 5 puntos.
- (ii) Compruebe que el número de diagonales es igual a $\frac{n(n-3)}{2}$, siendo n el número de puntos, para $n > 2$.
- (iii) Sabiendo que hay más de un millón de diagonales, determine el menor número de puntos para el cual esto es posible. [7 puntos]
- (c) Sea la variable aleatoria $X \sim B(n, p)$, de media igual a 4 y varianza igual a 3.
- (i) Determine n y p .
- (ii) Halle la probabilidad de que en un único experimento el resultado sea 1 o 3. [8 puntos]



NO escriba soluciones en esta página.

12. [Puntuación máxima: 22]

Considere la ecuación diferencial $y \frac{dy}{dx} = \cos 2x$.

(a) (i) Compruebe que la función $y = \cos x + \sin x$ satisface la ecuación diferencial.

(ii) Halle la solución general de la ecuación diferencial. Exprese la solución de la forma $y = f(x)$, incluyendo en la respuesta una constante de integración.

(iii) ¿Para qué valor de la constante de integración coincide su solución con la función dada en el apartado (i)?

[10 puntos]

(b) Otra solución de la ecuación diferencial, para la cual $y = 2$ cuando $x = \frac{\pi}{4}$, define una curva C .

(i) Determine la ecuación de C , expresando la respuesta de la forma $y = g(x)$, e indique el recorrido de la función g .

Una región R del plano xy está delimitada por C , el eje x y las rectas verticales $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$.

(ii) Halle el área de R .

(iii) Halle el volumen que se genera cuando la parte de R que se encuentra por encima de la recta $y = 1$ se hace girar 2π radianes en torno al eje x .

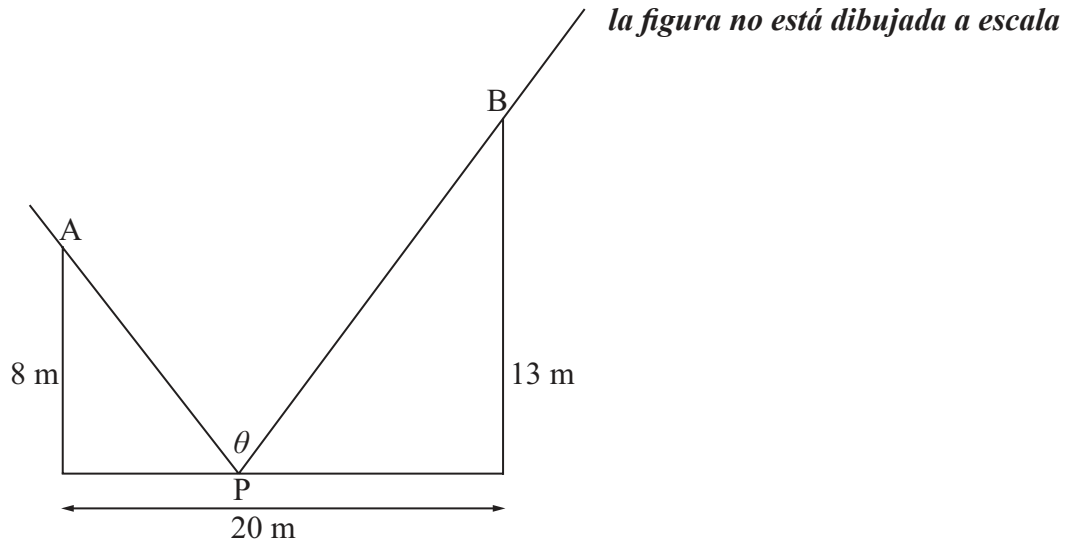
[12 puntos]



NO escriba soluciones en esta página.

13. [Puntuación máxima: 19]

Una calle recta de 20 metros de anchura está delimitada a ambos lados por dos paredes verticales paralelas, una de 13 metros de altura y la otra de 8 metros de altura. La intensidad de la luz que llega a un punto P situado en la calle, a nivel del suelo, es proporcional al ángulo θ , donde $\theta = \widehat{APB}$, tal y como se muestra en la figura.



- (a) Halle una expresión para θ en función de x , donde x es la distancia entre P y la base de la pared de 8 metros de altura. [2 puntos]
- (b) (i) Calcule el valor de θ cuando $x = 0$.
 (ii) Calcule el valor de θ cuando $x = 20$. [2 puntos]
- (c) Dibuje aproximadamente la gráfica de θ , para $0 \leq x \leq 20$. [2 puntos]
- (d) Compruebe que $\frac{d\theta}{dx} = \frac{5(744 - 64x - x^2)}{(x^2 + 64)(x^2 - 40x + 569)}$. [6 puntos]
- (e) Utilizando el resultado del apartado (d), o de cualquier otro modo, determine para qué valor de x la intensidad de la luz en P es máxima. Dé la respuesta con una aproximación de cuatro cifras significativas. [3 puntos]
- (f) El punto P se desliza atravesando la calle a una velocidad de $0,5 \text{ ms}^{-1}$. Determine la razón de cambio de θ con respecto al tiempo, en el instante en que P se encuentra en el punto medio de la calle. [4 puntos]



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



1516

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



1616